

Họ, tên thí sinh: .....  
 Số báo danh: .....

Mã đề thi 123

**Câu 1.** Giá trị  $|p - q|$  của khối đa diện lồi, đều loại  $\{p, q\}$  không thể bằng  
 A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

**Câu 2.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .  
 A.  $\frac{4a^3}{3}$ . B.  $a^3 \sqrt{3}$ . C.  $\frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$ . D.  $\frac{a^3 \sqrt{32}}{3}$ .

**Câu 3.** Cho  $\int_a^b f(x) dx = -2$  và  $\int_a^b g(x) dx = 3$ . Tính  $I = \int_a^b [2f(x) - 3g(x)] dx$ .  
 A.  $I = -13$ . B.  $I = 13$ . C.  $I = -5$ . D.  $I = 5$ .

**Câu 4.** Cho  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ ,  $\log_7 2 = c$ . Tính  $\log_{140} 63$  theo  $a, b$  và  $c$ .  
 A.  $\frac{2ac + 1}{a + abc + 2b}$ . B.  $\frac{2bc + 1}{2c + abc + 1}$ . C.  $\frac{2ac + 1}{2c + abc + 1}$ . D.  $\frac{3ab + 1}{2a + abc + b}$ .

**Câu 5.**  
 Cho bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Đồ thị của hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?  
 A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

$x$	$-\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$y$	6	$+\infty$	3

**Câu 6.** Tính tổng  $T = C_{10}^1 + 2C_{10}^2 + 3C_{10}^3 + \dots + 10C_{10}^{10}$ .  
 A.  $T = 2048$ . B.  $T = 5120$ . C.  $T = 1024$ . D.  $T = 512$ .

**Câu 7.** Cho hình chóp tam giác  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  lên mặt phẳng  $ABC$ . Kí hiệu  $S_1, S_2, S_3$  và  $S$  lần lượt là diện tích các tam giác  $OAB, OAC, OBC$  và  $ABC$ . Xét các khẳng định sau

- 1)  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ .
- 2) Tam giác  $ABC$  là tam giác nhọn.
- 3)  $H$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .
- 4)  $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ .

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là  
 A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

**Câu 8.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 - i)z = 1 - 2i$ .  
 A.  $-\frac{3}{5}$ . B.  $\frac{i}{2}$ . C.  $\frac{4}{5}$ . D.  $-\frac{3i}{2}$ .

**Câu 9.** Cho biết  $\int_0^1 f(x) dx = 2018$ . Tính tích phân  $I = \int_{-1}^1 \frac{f(|x|) dx}{1 + 2018^x}$ .  
 A.  $I = e^{2018}$ . B.  $I = 2018$ . C.  $I = 1009$ . D.  $I = 2019$ .

**Câu 10.** Cho số phức  $z$  có môđun bằng 2018 và  $w$  là số phức thỏa mãn biểu thức  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w}$ . Môđun của số phức  $w$  bằng  
 A. 2018. B. 2019. C. 2017. D.  $\sqrt{2019}$ .

**Câu 11.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$ .

A.  $-\frac{5}{2}$ .

B.  $-\frac{3}{2}$ .

C.  $\frac{3}{2}$ .

D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(x; y; z)$ . Xét các khẳng định sau

1) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm có tọa độ  $(x; y; 0)$ .

2) Khoảng cách từ  $M$  đến trục tọa độ  $Oz$  bằng  $\sqrt{x^2 + y^2}$ .

3) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên trục tọa độ  $Oy$  là điểm có tọa độ là  $(0; y; 0)$ .

4) Điểm đối xứng với điểm  $M$  qua trục tọa độ  $Ox$  là điểm có tọa độ  $(x; -y; -z)$ .

5) Điểm đối xứng với điểm  $M$  qua gốc tọa độ  $O$  là điểm có tọa độ  $(-x; -y; -z)$ .

6) Độ dài vectơ  $\overrightarrow{OM}$  bằng  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

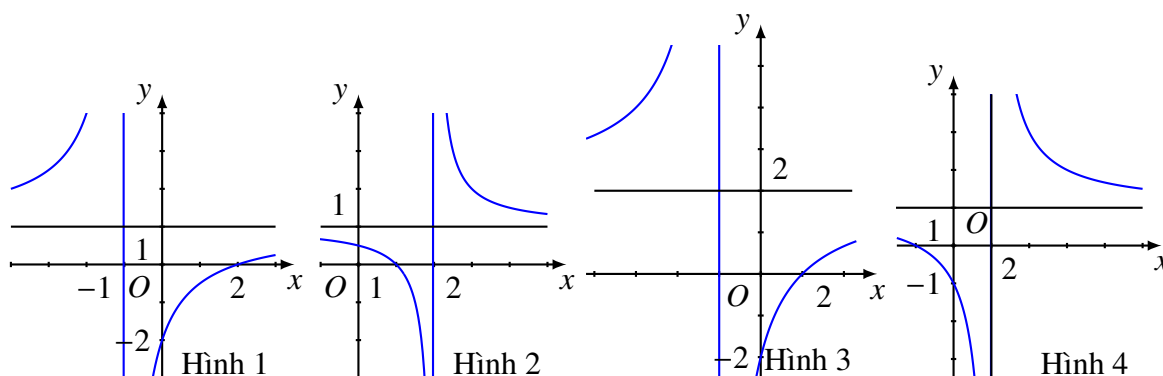
A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 6.

**Câu 13.** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là một trong bốn đường cong được liệt kê trong bốn hình dưới đây. Hỏi đồ thị đó là hình nào?



A. Hình 2.

B. Hình 3.

C. Hình 1.

D. Hình 4.

**Câu 14.** Phương trình tiếp của đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung là

A.  $y = 2x + 3$ .

B.  $y = 3$ .

C.  $y = 2x - 3$ .

D.  $y = -3$ .

**Câu 15.**

Bảng biến thiên trong hình bên là bảng biến thiên của hàm số nào dưới đây?

A.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ .

B.  $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$ .

C.  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1$ .

D.  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$		$+\infty$

**Câu 16.** Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên tập xác định?

A.  $y = x^4 + 3x^2 + 18$ .

B.  $y = \frac{2-3x}{1+5x}$ .

C.  $y = x^3 + 2x^2 - 7x + 1$ .

D.  $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$ .

**Câu 17.** Cho các đường cong  $(C_1) : y = x^3 - 3x^2 + 4$ ,  $(C_2) : y = -x^4 + x^2 - 3$  và  $(C_3) : y = \frac{5x+2}{x-1}$ . Hỏi các đường cong nào có tâm đối xứng?

A.  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  và  $(C_3)$ .

B.  $(C_1)$  và  $(C_3)$ .

C.  $(C_2)$  và  $(C_3)$ .

D.  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{4}$ . Vectơ chỉ phương  $\vec{u}$  của  $d$  và điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d$  là

A.  $\vec{u} = (6; -2; 8)$ ,  $M(3; -1; 4)$ .

B.  $\vec{u} = (2; 3; -5)$ ,  $M(3; -1; 4)$ .

C.  $\vec{u} = (3; -1; 4)$ ,  $M(1; 3; -4)$ .

D.  $\vec{u} = (6; -2; 8)$ ,  $M(2; 3; -5)$ .

**Câu 19.** Đạo hàm  $y'$  của hàm số  $y = \log_2(2x^2 + x + 3)$  là

- A.  $y' = \frac{1}{(2x^2 + x + 3)}$ .  
 B.  $y' = \frac{(4x + 1) \ln 2}{(2x^2 + x + 3)}$ .  
 C.  $y' = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x + 3) \ln 2}$ .  
 D.  $y' = \frac{1}{(2x^2 + x + 3) \ln 2}$ .

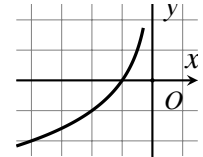
**Câu 20.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tìm số giá trị nguyên  $m \in [-2018, 2018]$  để phương trình (C) :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2my - 2mz + 27 = 0$  là phương trình mặt cầu.

- A. 4033. B. 4030. C. 4031. D. 4032.

**Câu 21.**

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A.  $y = -2^{-x}$ .  
 B.  $y = 2^{-x}$ .  
 C.  $y = \log_2(-x)$ .  
 D.  $y = -\log_2(-x)$ .



**Câu 22.** Gọi  $V$  và  $S$  lần lượt là thể tích khối cầu, diện tích mặt cầu bán kính  $x$ . Xét các khẳng định sau

- 1)  $V = 4\pi x^3$ . 2)  $S = 4\pi x^2$ . 3)  $V' = S$ . 4)  $3V = Sx$ .

Số khẳng định đúng là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

**Câu 23.** Bác Tâm đi du lịch từ thành phố  $A$  đến thành phố  $B$  sau đó đi đến đảo  $C$ . Biết rằng mỗi cách đi từ  $A$  đến  $B$  chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là: máy bay, xe khách hoặc tàu hỏa và từ  $B$  đến  $C$  chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là: máy bay hoặc tàu thủy. Hỏi bác Tâm có bao nhiêu cách đi du lịch từ thành phố  $A$  đến đảo  $C$ ?

- A. 4. B. 9. C. 6. D. 2.

**Câu 24.** Hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$ , đường cao gấp đôi bán kính đáy có diện tích toàn phần bằng

- A.  $3\pi R^2$ . B.  $6\pi R^2$ . C.  $4\pi R^2$ . D.  $8\pi R^2$ .

**Câu 25.** Tìm họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^3}$ , ( $x \neq 0$ ).

- A.  $F(x) = x - 3 \ln |x| - \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$ .  
 B.  $F(x) = x - 3 \ln |x| + \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$ .  
 C.  $F(x) = x + 3 \ln |x| - \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$ .  
 D.  $F(x) = x - 3 \ln |x| + \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$ .

**Câu 26.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 3z + 6 = 0$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (-1; 2; -3)$ . B.  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ . C.  $\vec{n} = (-1; -2; -3)$ . D.  $\vec{n} = (1; 2; -3)$ .

**Câu 27.** Số lượng của loại vi khuẩn  $X$  trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức  $x(t) = x(0) \cdot 2^t$  trong đó  $x(0)$  là số lượng vi khuẩn  $X$  lúc ban đầu,  $x(t)$  là số lượng vi khuẩn  $X$  có sau  $t$  (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn  $X$  là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn  $X$  là 10 triệu con?

- A. 7 phút. B. 5 phút. C. 8 phút. D. 6 phút.

**Câu 28.** Cho hình đa diện lồi, đều loại  $\{3, 5\}$  cạnh bằng  $a$ . Tính diện tích toàn phần  $S$  của hình đa diện đó.

- A.  $S = 5\sqrt{3}a^2$ . B.  $S = 4\sqrt{3}a^2$ . C.  $S = 3\sqrt{3}a^2$ . D.  $S = 6a^2$ .

**Câu 29.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên  $(ABC)$  trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ . B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ . C.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ . D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin x + \cos^2 x$ . Tính giá trị  $S = \sqrt{7}(1 + \min y)^2 + 16 \max^2 y$ .

- A.  $S = \frac{25}{16}$ .      B.  $S = 25$ .      C.  $S = 4\sqrt{7} + 25$ .      D.  $S = 25 - 4\sqrt{7}$ .

**Câu 31.** Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\sqrt{3}} x \left(1 + \frac{1}{3} \log_{\sqrt[3]{3}} 3x\right) \leq 6$  là  $[a, b]$ . Tính  $T = 81a^2 + b^2$ .

- A.  $T = \frac{82}{9}$ .      B.  $T = \frac{84}{3}$ .      C.  $T = \frac{80}{9}$ .      D.  $T = \frac{80}{3}$ .

**Câu 32.** Cho  $a, b, c \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\log_4 a = \log_9 b = \log_6(a - b)$ . Tính  $M = \frac{a}{a + b}$ .

- A.  $M = \frac{5 + \sqrt{5}}{10}$ .      B.  $M = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ .      C.  $M = \frac{2 + \sqrt{3}}{5}$ .      D.  $M = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  bằng  $3a$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ ,  $AB = AD = a$ ,  $AC = 2a$ . Trên mặt phẳng đáy, đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tâm  $A$  bán kính bằng  $a$  cắt các cạnh  $BC, CD$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Thể tích khối chóp  $S.MNC$  lớn nhất bằng

- A.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 34.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{x - m}{(m - 1)x - 2}$  nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

- A.  $m \in (-1; 2)$ .      B.  $m \in (1; 3]$ .      C.  $m \in [1; 2)$ .      D.  $m \in (1; 2]$ .

**Câu 35.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 10$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A.  $25m$ .      B.  $\frac{44}{5}m$ .      C.  $\frac{25}{2}m$ .      D.  $\frac{45}{4}m$ .

**Câu 36.** Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $x = y^2$  và đường thẳng  $x = a$  với  $a > 0$ . Gọi  $V_1$  và  $V_2$  lần lượt là thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi quay hình  $(H)$  quanh trục hoành và trục tung. Kí hiệu  $\Delta V$  là giá trị lớn nhất của  $V_1 - \frac{V_2}{8}$  đạt được khi  $a = a_0 > 0$ . Hệ thức nào sau đây đúng?

- A.  $5\Delta V = 2\pi a_0$ .      B.  $5\Delta V = 4\pi a_0$ .      C.  $4\Delta V = 5\pi a_0$ .      D.  $2\Delta V = 5\pi a_0$ .

**Câu 37.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi elip  $(E)$  có phương trình  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , với  $a, b > 0$ .

- A.  $S = \pi \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)^2$ .      B.  $S = \pi(a + b)^2$ .      C.  $S = \pi ab$ .      D.  $S = \frac{\pi a^2 b^2}{a + b}$ .

**Câu 38.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x - 1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z + 1}{2}$ . Phương trình đường thẳng  $d'$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$  là

- A.  $d': \frac{x - 1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z - 2}{3}$ .      B.  $d': \frac{x - 1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z - 2}{-1}$ .  
C.  $d': \frac{x - 1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z - 2}{1}$ .      D.  $d': \frac{x - 1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z - 2}{-1}$ .

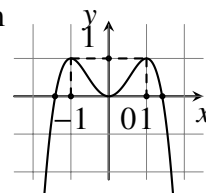
**Câu 39.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 1; 1)$ ,  $C(2; 0; 2)$ ,  $D(3; 1; 0)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh đã cho?

- A. 7.      B. 5.      C. Vô số.      D. 1.

**Câu 40.**

Cho đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn nghiệm của phương trình  $f(f(\cos 2x)) = 0$ ?

- A. 3 điểm. B. 4 điểm. C. 2 điểm. D. 1 điểm.



**Câu 41.** Gọi  $M$  là tập tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^4 + 2(m^2 - 16)x^2 + m^2$  có ba cực trị. Lấy ngẫu nhiên một giá trị  $m$  thuộc tập  $M$ . Tính xác suất  $P$  với  $m$  lấy được để hàm số có 3 cực trị lập thành một tam giác có diện tích lớn hơn hoặc bằng 3.

- A.  $P = \frac{3}{7}$ . B.  $P = \frac{5}{7}$ . C.  $P = \frac{5}{9}$ . D.  $P = 1$ .

**Câu 42.** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng  $a$ . Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng  $\alpha$ . Tính thể tích  $V$  khối cầu ngoại tiếp hình nón.

- A.  $V = \frac{4\pi a^3}{3 \sin^3(2\alpha)}$ . B.  $V = \frac{\pi a^3}{3 \sin(2\alpha) \cos^2(2\alpha)}$ .  
C.  $V = \frac{\pi a^3}{3 \sin^3(2\alpha)}$ . D.  $V = \frac{4\pi a^3}{3 \sin^2(2\alpha) \cos(2\alpha)}$ .

**Câu 43.** Cho  $n$  là số nguyên dương và  $n$  tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$ , trong đó các điểm  $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$  lần lượt nằm trên các cạnh  $B_iC_i, A_iC_i, A_iB_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) sao cho  $A_{i+1}C_i = 3A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i = 3B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i = 3C_{i+1}A_i$ . Gọi  $S$  là tổng tất cả diện tích của  $n$  tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$ , biết rằng tam giác  $A_1B_1C_1$  có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Tìm số nguyên dương  $n$  sao cho

$$S = \frac{16^{29} - 7^{29}}{16^{29}}.$$

- A.  $n = 28$ . B.  $n = 2018$ . C.  $n = 29$ . D.  $n = 30$ .

**Câu 44.** Có 16 phiếu ghi các số thứ tự từ 1 đến 16. Lấy lần lượt 8 phiếu không hoàn lại, gọi  $a_i$  là số ghi trên phiếu thứ  $i$  lấy được ( $1 \leq i \leq 8$ ). Tính xác suất  $P$  để 8 phiếu lấy được thỏa mãn  $a_1 < a_2 < \dots < a_8$  và không có bất kì hai phiếu nào có tổng các số bằng 17.

- A.  $P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$ . B.  $P = \frac{2^8}{A_{16}^8}$ . C.  $P = \frac{2^8}{C_{16}^8}$ . D.  $P = \frac{3^8}{C_{16}^8}$ .

**Câu 45.** Cho hai hàm số hàm số  $f(x) = \ln(x - 1009 + \sqrt{(x - 1009)^2 + 2018e})$ ;

$h(x) = \ln\left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4} + e}\right)$ . Giả sử  $S = f(1) + f(2) + \dots + f(2017)$  và  $T = h\left(\frac{1}{2018}\right) + h\left(\frac{2}{2018}\right) + h\left(\frac{3}{2018}\right) + \dots + h\left(\frac{2017}{2018}\right)$ . Khi đó  $\frac{S}{T}$  bằng

- A.  $\ln 2018$ . B.  $1 + \ln 2018$ . C.  $1 + \ln 2017$ . D. 2018.

**Câu 46.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q)$   $x + 2y - z - 5 = 0$  và đường thẳng  $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa đường thẳng  $d$  và tạo với mặt phẳng  $(Q)$  một góc nhỏ nhất là

- A.  $(P) : x - 2y - 1 = 0$ . B.  $(P) : y - z + 4 = 0$ .  
C.  $(P) : x - z + 4 = 0$ . D.  $(P) : x - 2z + 7 = 0$ .

**Câu 47.** Giả sử  $f$  là hàm số liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  với  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ , thỏa mãn hai điều kiện

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 f(x)}{(x \sin x + \cos x)^2} dx = \frac{4 - \pi}{4 + \pi} \text{ và } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x f'(x)}{\cos x (x \sin x + \cos x)} dx = 0. \text{ Tính } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x)}{\cos^2 x} dx.$$

- A.  $I = 1$ . B.  $I = \frac{\pi}{4 - \pi}$ . C.  $I = \frac{4}{4 + \pi}$ . D.  $I = \frac{\pi}{4 + \pi}$ .

**Câu 48.** Gọi  $z_1, z_2, z_3$  và  $z_4$  là các nghiệm của phương trình  $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = \frac{2018}{2019}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$ .

- A.  $\frac{(81.2018 - 2019.16)(2018 - 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ .  
 B.  $\frac{(81.2018 + 2019.16)(2018 - 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ .  
 C.  $\frac{(81.2018 - 2019.16)(2018 + 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ .  
 D.  $\frac{(81.2019 - 2018.16)(2019 - 2018.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ .

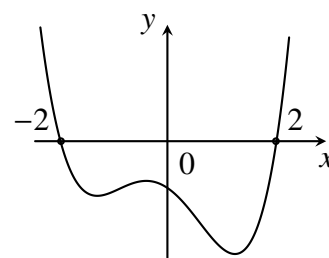
**Câu 49.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; -1)$ ,  $B(-1; 2; 0)$ ,  $C(3; -1; -2)$ . Giả sử  $M(a; b; c)$  thuộc mặt cầu  $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 861$  sao cho  $P = 2MA^2 - 7MB^2 + 4MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị  $|a| + |b| + |c|$  bằng

- A. 49. B. 51. C. 55. D. 47.

**Câu 50.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có  $f(-2) < 0$  và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  nghịch trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .  
 B. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  có hai cực tiểu.  
 C. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  có hai cực đại và một cực tiểu.  
 D. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .



----- HẾT -----

# ĐÁP ÁN

## BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 123

1. D	2. D	3. A	4. C	5. D	6. B	7. C	8. A	9. B	10. A
11. D	12. D	13. C	14. D	15. C	16. D	17. B	18. D	19. C	20. B
21. D	22. A	23. C	24. B	25. C	26. D	27. D	28. A	29. C	30. B
31. A	32. A	33. A	34. C	35. A	36. A	37. C	38. D	39. A	40. B
41. D	42. A	43. C	44. B	45. B	46. B	47. A	48. A	49. B	50. C

**Câu 1.** Bác Tâm đi du lịch từ thành phố  $A$  đến thành phố  $B$  sau đó đi đến đảo  $C$ . Biết rằng mỗi cách đi từ  $A$  đến  $B$  chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là: máy bay, xe khách hoặc tàu hỏa và từ  $B$  đến  $C$  chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là: máy bay hoặc tàu thủy. Hỏi bác Tâm có bao nhiêu cách đi du lịch từ thành phố  $A$  đến đảo  $C$ ?

- A. 2.                                      B. 4.                                      C. 6.                                      D. 9.

**Lời giải.**

Từ  $A$  đến  $B$  có 3 cách đi và từ  $B$  đến  $C$  có hai cách đi, theo quy tắc nhân ta có  $2.3 = 6$  cách.

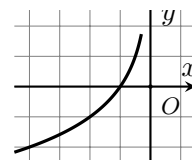
Chọn đáp án **C**

□

**Câu 2.**

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A.  $y = -2^{-x}$ .                                      B.  $y = 2^{-x}$ .  
C.  $y = \log_2(-x)$ .                                      D.  $y = -\log_2(-x)$ .



**Lời giải.**

Từ đồ thị ta thấy hàm số có tập xác định là  $x < 0$ .  $(-\log_2(-x))' = \frac{-1}{x \ln 2} > 0$  với mọi  $x < 0 \Rightarrow$  hàm số đồng biến với  $x < 0 \Rightarrow$  là đồ thị của hàm số  $y = -\log_2(-x)$ .

Chọn đáp án **D**

□

**Câu 3.** Tính tổng  $T = C_{10}^1 + 2C_{10}^2 + 3C_{10}^3 + \dots + 10C_{10}^{10}$ .

- A.  $T = 1024$ .                                      B.  $T = 5120$ .                                      C.  $T = 2048$ .                                      D.  $T = 512$ .

**Lời giải.**

Xét khai triển  $(1+x)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1x + C_{10}^2x^2 + \dots + C_{10}^{10}x^{10}$ . Đạo hàm hai vế và chọn  $x = 1$ , ta được  $T = 10 \cdot 2^9 = 5120$ .

Chọn đáp án **B**

□

**Câu 4.** Đạo hàm  $y'$  của hàm số  $y = \log_2(2x^2 + x + 3)$  là

- A.  $y' = \frac{1}{(2x^2 + x + 3) \ln 2}$ .                                      B.  $y' = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x + 3) \ln 2}$ .  
C.  $y' = \frac{1}{(2x^2 + x + 3)}$ .                                      D.  $y' = \frac{(4x + 1) \ln 2}{(2x^2 + x + 3)}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $y' = \frac{(2x^2 + x + 3)'}{(2x^2 + x + 3) \ln 2} = \frac{4x + 1}{(2x^2 + x + 3) \ln 2}$ .

Chọn đáp án **B**

□

**Câu 5.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$ .

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                                      B.  $\frac{5}{2}$ .                                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải.**

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 4}{x + 1} = \frac{5}{2}$ .

Chọn đáp án **B**

□



**Câu 6.**

Bảng biến thiên trong hình bên là bảng biến thiên của hàm số nào dưới đây?

A.  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1.$

B.  $y = x^4 - 2x^2 + 2.$

C.  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1.$

D.  $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x - 1.$

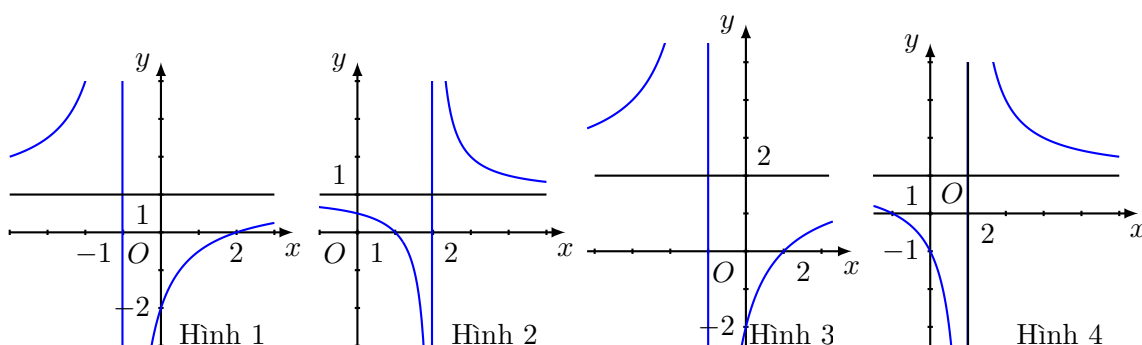
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$		$+\infty$

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số bậc ba không có cực trị và có hệ số  $a > 0$  tương ứng với hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x - 1.$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 7.** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  là một trong bốn đường cong được liệt kê trong bốn hình dưới đây. Hỏi đồ thị đó là hình nào?



A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

**Lời giải.**

Đồ thị có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 1$  và đi qua các điểm  $(0; 2)$ ,  $(-2; 0)$  nên chọn Hình 1.

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 8.** Cho  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ ,  $\log_7 2 = c$ . Tính  $\log_{140} 63$  theo  $a, b$  và  $c$ .

A.  $\frac{3ab+1}{2a+abc+b}.$

B.  $\frac{2ac+1}{a+abc+2b}.$

C.  $\frac{2bc+1}{2c+abc+1}.$

D.  $\frac{2ac+1}{2c+abc+1}.$

**Lời giải.**

$$\log_{140} 63 = \frac{2 \log_2 3 + \log_2 7}{2 + \log_2 5 + \log_2 7} = \frac{2a + \frac{1}{c}}{2 + ab + \frac{1}{c}} = \frac{2ac + 1}{2c + abc + 1}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 9.**

Cho bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Đồ thị của hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

$x$	$-\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$y$	6	2	3

**Lời giải.**

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = \sqrt{2}$  và có hai đường tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$  và  $y = 6 \Rightarrow$  có tổng số 3 đường tiệm cận đứng và ngang.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 10.** Tìm phần ảo của số phức  $z$  thỏa mãn  $(2 - i)z = 1 - 2i$ .

- A.  $\frac{i}{2}$ .                      B.  $\frac{-3i}{2}$ .                      C.  $-\frac{3}{5}$ .                      D.  $\frac{4}{5}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $z = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 11.** Cho số phức  $z$  có môđun bằng 2018 và  $w$  là số phức thỏa mãn biểu thức  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w}$ . Môđun của số phức  $w$  bằng

- A.  $\sqrt{2019}$ .                      B. 2018.                      C. 2017.                      D. 2019.

**Lời giải.**

Từ giả thiết, ta có:  $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w} \Rightarrow \frac{(z + w)^2 - zw}{zw(z + w)} = 0$ , suy ra  $\left(z + \frac{1}{2}w\right)^2 = \left(-\frac{i\sqrt{3}w}{2}\right)^2$ . Khi đó  $z = \left(-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w$  hoặc  $z = \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)w \Rightarrow |w| = \frac{2018}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}} = 2018$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 12.** Cho các đường cong  $(C_1) : y = x^3 - 3x^2 + 4$ ,  $(C_2) : y = -x^4 + x^2 - 3$  và  $(C_3) : y = \frac{5x + 2}{x - 1}$ . Hỏi các đường cong nào có tâm đối xứng?

- A.  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .                      B.  $(C_1), (C_2)$  và  $(C_3)$ .                      C.  $(C_2)$  và  $(C_3)$ .                      D.  $(C_1)$  và  $(C_3)$ .

**Lời giải.**

$(C_1)$  có hoành độ tâm đối xứng là nghiệm của  $y'' = 0$  và  $C_3$  có tâm đối xứng là giao hai tiệm cận.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 13.** Phương trình tiếp của đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 3$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục tung là

- A.  $y = 3$ .                      B.  $y = -3$ .                      C.  $y = 2x - 3$ .                      D.  $y = 2x + 3$ .

**Lời giải.**

Tọa độ giao điểm của  $(C)$  và  $Oy$  là  $(0; -3)$ .  $y' = 4x^3 - 4x$ . Vậy phương trình tiếp tuyến là  $y = -3$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 14.** Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên tập xác định?

- A.  $y = \frac{2 - 3x}{1 + 5x}$ .                      B.  $y = x^4 + 3x^2 + 18$ .  
C.  $y = x^3 + 2x^2 - 7x + 1$ .                      D.  $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$ .

**Lời giải.**

Xét hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  $y' = 3x^2 + 6x + 9 \geq 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 20$  đồng biến trên tập xác định.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 15.** Giá trị  $|p - q|$  của khối đa diện lồi, đều loại  $\{p, q\}$  không thể bằng

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Lời giải.**

Có 5 loại khối đa diện lồi, đều là  $\{3, 3\}; \{3, 4\}; \{4, 3\}; \{3, 5\}; \{5, 3\}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 16.** Gọi  $V$  và  $S$  lần lượt là thể tích khối cầu, diện tích mặt cầu bán kính  $x$ . Xét các khẳng định sau

$$1) V = 4\pi x^3. \quad 2) S = 4\pi x^2. \quad 3) V' = S. \quad 4) 3V = Sx.$$

Số khẳng định đúng là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải.**

$$V = \frac{4}{3}\pi x^3, S = 4\pi x^2.$$

Chọn đáp án **C** □

**Câu 17.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 3z + 6 = 0$ . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

A.  $\vec{n} = (1; 2; -3)$ .

B.  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .

C.  $\vec{n} = (-1; 2; -3)$ .

D.  $\vec{n} = (-1; -2; -3)$ .

**Lời giải.**

$$\vec{n} = (1; 2; -3)$$

Chọn đáp án **A** □

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{4}$ . Vectơ chỉ phương  $\vec{u}$  của  $d$  và điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d$  là

A.  $\vec{u} = (3; -1; 4), M(1; 3; -4)$ .

B.  $\vec{u} = (6; -2; 8), M(2; 3; -5)$ .

C.  $\vec{u} = (6; -2; 8), M(3; -1; 4)$ .

D.  $\vec{u} = (2; 3; -5), M(3; -1; 4)$ .

**Lời giải.**

$$\vec{u} = (6; -2; 8), M(2; 3; -5)$$

Chọn đáp án **B** □

**Câu 19.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{32}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ .

C.  $a^3\sqrt{3}$ .

D.  $\frac{4a^3}{3}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $O$  là giao điểm hai đường chéo  $AD$  và  $BC$ . Khi đó,  $SO$  là đường cao. Ta có  $AO = a\sqrt{2}$ ,  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$ ,  $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot 4a^2 = \frac{a^3\sqrt{32}}{3}$ .

Chọn đáp án **A** □

**Câu 20.** Hình trụ có bán kính đáy bằng  $R$ , đường cao gấp đôi bán kính đáy có diện tích toàn phần bằng

A.  $4\pi R^2$ .

B.  $3\pi R^2$ .

C.  $6\pi R^2$ .

D.  $8\pi R^2$ .

**Lời giải.**

$$S_{TP} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 4\pi R^2 = 6\pi R^2.$$

Chọn đáp án **C** □

**Câu 21.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(x; y; z)$ . Xét các khẳng định sau

1) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm có tọa độ  $(x; y; 0)$ .

2) Khoảng cách từ  $M$  đến trục tọa độ  $Oz$  bằng  $\sqrt{x^2 + y^2}$ .

- 3) Hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  lên trục tọa độ  $Oy$  là điểm có tọa độ là  $(0; y; 0)$ .  
 4) Điểm đối xứng với điểm  $M$  qua trục tọa độ  $Ox$  là điểm có tọa độ  $(x; -y; -z)$ .  
 5) Điểm đối xứng với điểm  $M$  qua gốc tọa độ  $O$  là điểm có tọa độ  $(-x; -y; -z)$ .  
 6) Độ dài vectơ  $\overrightarrow{OM}$  bằng  $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

- A. 1.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 6.

**Lời giải.**

Tất cả các khẳng định trên đều đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 22.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ . Tìm số giá trị nguyên  $m \in [-2018, 2018]$  để phương trình  $(C) : x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2my - 2mz + 27 = 0$  là phương trình mặt cầu.

- A. 4030.                                      B. 4031.                                      C. 4032.                                      D. 4033.

**Lời giải.**

Ta có  $m^2 > 9 \Rightarrow m \in [-2018, -3) \cup (3, 2018]$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 23.** Tìm họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^3}, (x \neq 0)$ .

- A.  $F(x) = x - 3 \ln |x| + \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$ .                                      B.  $F(x) = x + 3 \ln |x| - \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$ .  
 C.  $F(x) = x - 3 \ln |x| + \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$ .                                      D.  $F(x) = x - 3 \ln |x| - \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$ .

**Lời giải.**

Ta có  $f(x) = 1 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ , do đó  $F(x) = x + 3 \ln |x| - \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 24.** Cho  $\int_a^b f(x) dx = -2$  và  $\int_a^b g(x) dx = 3$ . Tính  $I = \int_a^b [2f(x) - 3g(x)] dx$ .

- A.  $I = 5$ .                                      B.  $I = -5$ .                                      C.  $I = 13$ .                                      D.  $I = -13$ .

**Lời giải.**

Ta có  $I = \int_a^b (2f(x) - 3g(x)) dx = 2 \int_a^b f(x) dx - 3 \int_a^b g(x) dx = -2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = -13$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 25.** Cho biết  $\int_0^1 f(x) dx = 2018$ . Tính tích phân  $I = \int_{-1}^1 \frac{f(|x|) dx}{1 + 2018^x}$ .

- A.  $I = 1009$ .                                      B.  $I = e^{2018}$ .                                      C.  $I = 2018$ .                                      D.  $I = 2019$ .

**Lời giải.**

Ta có hàm số  $y = f(|x|)$  là hàm số chẵn trên  $[-1; 1]$ , nên  $I = \int_0^1 f(|x|) dx = \int_0^1 f(x) dx = 2018$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 26.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi elip  $(E)$  có phương trình  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , với  $a, b > 0$ .

A.  $S = \frac{\pi a^2 b^2}{a+b}$ .

B.  $S = \pi ab$ .

C.  $S = \pi(a+b)^2$ .

D.  $S = \pi \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)^2$ .

**Lời giải.**

$$S = \frac{4b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \pi ab.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

**Câu 27.** Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $x = y^2$  và đường thẳng  $x = a$  với  $a > 0$ . Gọi  $V_1$  và  $V_2$  lần lượt là thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi quay hình  $(H)$  quanh trục hoành và trục tung. Kí hiệu  $\Delta V$  là giá trị lớn nhất của  $V_1 - \frac{V_2}{8}$  đạt được khi  $a = a_0 > 0$ . Hệ thức nào sau đây là đúng?

A.  $5\Delta V = 2\pi a_0$ .

B.  $2\Delta V = 5\pi a_0$ .

C.  $4\Delta V = 5\pi a_0$ .

D.  $5\Delta V = 4\pi a_0$ .

**Lời giải.**

có  $V_1 = \pi \int_0^a x dx = \frac{\pi a^2}{2}$ ;  $V_2 = 2\pi \int_0^{\sqrt{a}} (a^2 - y^4) dy = \frac{8\pi a^2 \sqrt{a}}{5}$ ;  $V_1 - \frac{V_2}{8} = \frac{\pi}{10} a^2 (5 - 2\sqrt{a})$ , do đó

$$\Delta V \leq \pi \left( \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} + 10 - 4\sqrt{a}}{5} \right)^5 = \frac{32\pi}{20} = \frac{8\pi}{5}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $a = a_0 = 4$ .

Chọn đáp án **(A)**

□

**Câu 28.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 10$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A.  $\frac{45}{4}m$ .

B.  $\frac{44}{5}m$ .

C.  $25m$ .

D.  $\frac{25}{2}m$ .

**Lời giải.**

Khi  $v = 0$  thì  $t = 5$ , khi đó quãng đường ô tô đi được đến khi dừng hẳn là  $S = \int_0^5 (10 - 2t) dt = 25$  (m).

Chọn đáp án **(C)**

□

**Câu 29.** Cho  $a, b, c \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\log_4 a = \log_9 b = \log_6(a-b)$ . Tính  $M = \frac{a}{a+b}$ .

A.  $M = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .

B.  $M = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$ .

C.  $M = \frac{2+\sqrt{3}}{5}$ .

D.  $M = \frac{5+\sqrt{5}}{10}$ .

**Lời giải.**

$$\log_4 a = \log_9 b = \log_6(a-b) = t \Rightarrow a = 4^t; b = 9^t; a-b = 6^t \Rightarrow 4^t - 9^t = 6^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} - \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{1+\sqrt{5}}{2} < 0 \text{ (loại) hoặc } \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow M = \frac{5+\sqrt{5}}{10}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

**Câu 30.** Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\sqrt{3}} x \left( 1 + \frac{1}{3} \log_{\sqrt[3]{3}} 3x \right) \leq 6$  là  $[a, b]$ . Tính  $T = 81a^2 + b^2$ .

A.  $T = \frac{84}{3}$ .

B.  $T = \frac{82}{9}$ .

C.  $T = \frac{80}{9}$ .

D.  $T = \frac{80}{3}$ .

**Lời giải.**

Đặt  $t = \log_3 x$ , ta có bất phương trình:  $t^2 + 2t - 3 \leq 0$ , suy ra  $-3 \leq t \leq 1$ . Hay  $\frac{1}{27} \leq x \leq 3$ . Do đó  $[a; b] = [\frac{1}{27}; 3]$ , dẫn đến  $T = 81a^2 + b^2 = \frac{82}{9}$ .

Chọn đáp án **(B)**

□

**Câu 31.** Số lượng của loại vi khuẩn  $X$  trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức  $x(t) = x(0) \cdot 2^t$  trong đó  $x(0)$  là số lượng vi khuẩn  $X$  lúc ban đầu,  $x(t)$  là số lượng vi khuẩn  $X$  có sau  $t$  (phút). Biết sau 2 phút thì số lượng vi khuẩn  $X$  là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn  $X$  là 10 triệu con?

- A. 5 phút.                      B. 6 phút.                      C. 7 phút.                      D. 8 phút.

**Lời giải.**

Ta có  $x(2) = x(0)2^2 = 625 \cdot 10^3$ ;  $x(t) = x(0) \cdot 2^t = 10 \cdot 10^6$ , suy ra  $2^{t-2} = \frac{10^7}{625 \cdot 10^3} \Rightarrow t = 6$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x) = \sin x + \cos^2 x$ . Tính giá trị  $S = \sqrt{7}(1 + \min y)^2 + 16 \max^2 y$ .

- A.  $S = \frac{25}{16}$ .                      B.  $S = 25 - 4\sqrt{7}$ .                      C.  $S = 25$ .                      D.  $S = 4\sqrt{7} + 25$ .

**Lời giải.**

Đặt  $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ . Hàm số trở thành  $y = g(t) = 1 + t - t^2$ .  $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in [-1; 1]$ . Ta có  $g(-1) = -1$ ;  $g(1) = 1$ ;  $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}$ . Suy ra  $\min y = -1$ ,  $\max y = \frac{25}{16}$ . Vậy  $S = 25$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 33.** Cho hình chóp tam giác  $O.ABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  lên mặt phẳng  $ABC$ . Kí hiệu  $S_1, S_2, S_3$  và  $S$  lần lượt là diện tích các tam giác  $OAB, OAC, OBC$  và  $ABC$ . Xét các khẳng định sau

- 1)  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ .                      3)  $H$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
2) Tam giác  $ABC$  là tam giác nhọn.                      4)  $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ .

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Lời giải.**

$H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Do vậy có 1 khẳng định sai.

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 34.** Gọi  $M$  là tập tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^4 + 2(m^2 - 16)x^2 + m^2$  có ba cực trị. Lấy ngẫu nhiên một giá trị  $m$  thuộc tập  $M$ . Tính xác suất  $P$  với  $m$  lấy được để hàm số có 3 cực trị lập thành một tam giác có diện tích lớn hơn hoặc bằng 3.

- A.  $P = \frac{5}{7}$ .                      B.  $P = \frac{3}{7}$ .                      C.  $P = \frac{5}{9}$ .                      D.  $P = 1$ .

**Lời giải.**

$y' = 4x^3 + 4(m^2 - 16)x^2 + m^2 = 2x[x^2 + (m^2 - 16)]$ . Để phương trình có 3 cực trị thì  $m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow m \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\} \Rightarrow n(\Omega) = 7$ . Ta có  $S^2 = -\frac{(m^2 - 16)^5}{1^3} \geq 3 \Leftrightarrow m^2 \leq 16 - \sqrt[5]{9} \Leftrightarrow m \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ . Vậy  $P = 1$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 35.** Cho hình đa diện lồi, đều loại  $\{3, 5\}$  cạnh bằng  $a$ . Giá trị của diện tích toàn phần  $S$  của hình đa diện bằng

- A.  $S = 4\sqrt{3}a^2$ .                      B.  $S = 5\sqrt{3}a^2$ .                      C.  $S = 6a^2$ .                      D.  $3\sqrt{3}a^2$ .

**Lời giải.**

Đa diện lồi, đều loại  $\{3, 5\}$  có 20 mặt là tam giác đều cạnh  $a \Rightarrow S = 20 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}a^2$ .

Chọn đáp án (B) □

**Câu 36.** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng  $a$ . Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng  $\alpha$ . Thể tích  $V$  khối cầu ngoại tiếp hình nón bằng

A.  $V = \frac{4\pi a^3}{3 \sin^3(2\alpha)}$ .

B.  $V = \frac{\pi a^3}{3 \sin^3(2\alpha)}$ .

C.  $V = \frac{4\pi a^3}{3 \sin^2(2\alpha) \cos(2\alpha)}$ .

D.  $V = \frac{\pi a^3}{3 \sin(2\alpha) \cos^2(2\alpha)}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $S$  là đỉnh của hình nón, thiết diện qua trục là tam giác cân  $SAB$ .  $AB = 2a$ ,  $\widehat{S} = 2\alpha$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón bằng  $R = \frac{AB}{2 \sin \widehat{S}} = \frac{a}{\sin(2\alpha)}$ . Suy ra  $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3 \sin^3(2\alpha)}$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 37.** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng đáy ( $ABCD$ ) bằng  $3a$ ,  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ ,  $AB = AD = a$ ,  $AC = 2a$ . Trên mặt phẳng đáy, đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tâm  $A$  bán kính bằng  $a$  cắt các cạnh  $BC, CD$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Thể tích khối chóp  $S.MNC$  lớn nhất bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $S_{ABCD}$  không đổi và  $S_{MNC} = S_{ABCD} - S_{ABMND} = S_{ABCD} - 2S_{AMN} = S_{ABCD} - a.MN$ . Thể tích  $S.MNC$  lớn nhất khi và chỉ khi diện tích tam giác  $MNC$  lớn nhất.  $S_{MNC}$  lớn nhất khi và chỉ khi  $MN$  ngắn nhất. Khi đó  $MN$  vuông góc với  $AC$ . Hơn nữa,  $\sin \widehat{ACD} = \frac{1}{2}$ . Suy ra, tam giác  $MNC$  là tam giác đều với  $MN = \frac{2a}{\sqrt{3}}$ . Do đó,  $S_{MNC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$  và  $V_{S.MNC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 38.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên ( $ABC$ ) trùng với trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .

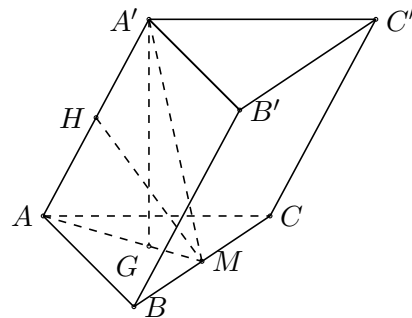
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên  $AA'$ . Suy ra  $MH$  là khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC$ . Ta có  $AM = a\sqrt{3}$ .  $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ . Do  $A'G \perp AM = MH \perp AA'$  và  $AA'^2 = AG^2 + A'G^2$ . Suy ra  $A'G = \frac{2a}{3}$ .  $V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{ABC} = \frac{2a}{3}.a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .



Chọn đáp án (D) □

**Câu 39.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1; 2; 0)$ ,  $B(-1; 1; 1)$ ,  $C(2; 0; 2)$ ,  $D(3; 1; 0)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn đỉnh đã cho?

- A. 1.                                      B. 5.                                      C. 7.                                      D. Vô số.

**Lời giải.**

Bốn điểm trên không đồng phẳng, nó tạo thành một tứ diện. Khi đó sẽ có 7 mặt cách đều.

Chọn đáp án **C**

**Câu 40.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; 2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ . Phương trình đường thẳng  $d'$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$  là

- A.  $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ .                                      B.  $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .  
C.  $d': \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{3}$ .                                      D.  $d': \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $B = d \cap d'$ . Suy ra  $B(t+1; t; t-1)$  và  $\overrightarrow{AB} = (t; t; 2t-3)$ . Do  $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_d = (1; 1; 2)$ . Suy ra  $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ .  $d': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

Chọn đáp án **B**

**Câu 41.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{x-m}{(m-1)x-2}$  nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

- A.  $m \in [1; 2)$ .                                      B.  $m \in (1; 2]$ .                                      C.  $m \in (-1; 2)$ .                                      D.  $m \in (1; 3]$ .

**Lời giải.**

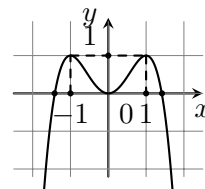
- Với  $m = 1$  thì  $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$  là hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .
- Với  $m \neq 1$ . Ta có  $y' = \frac{m^2 - m - 2}{[(m-1)x - 2]^2}$ . Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1) \Leftrightarrow \frac{m^2 - m - 2}{[(m-1)x - 2]^2} < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ \frac{2}{m-1} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow (1; 2)$ . Vậy  $m \in [1; 2)$ .

Chọn đáp án **A**

**Câu 42.**

Cho đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn nghiệm của phương trình  $f(f(\cos 2x)) = 0$ ?

- A. 4 điểm.                                      B. 3 điểm.                                      C. 2 điểm.                                      D. 1 điểm.



**Lời giải.**

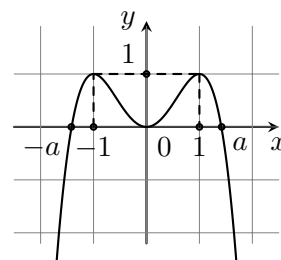
Từ đồ thị ta có  $f(x) \leq 1$  với mọi  $x$  và suy ra được  $f(\cos 2x) = \pm a$  ( $a > 1$ ) hoặc  $f(\cos 2x) = 0$ .

Nếu  $f(\cos 2x) = a > 1$ , phương trình vô nghiệm.

Nếu  $f(\cos 2x) = -a < -1$  thì  $|\cos 2x| > 1$ , nên phương trình vô nghiệm.

Nếu  $f(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \pm a$  (vô nghiệm) và  $\cos 2x = 0 \Rightarrow$  tập nghiệm có 4 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

Chọn đáp án **A**





- Câu 43.** Gọi  $z_1, z_2, z_3$  và  $z_4$  là các nghiệm của phương trình  $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = \frac{2018}{2019}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$ .
- A.  $\frac{(81.2018 + 2019.16)(2018 - 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ . B.  $\frac{(81.2019 - 2018.16)(2019 - 2018.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ .
- C.  $\frac{(81.2018 - 2019.16)(2018 + 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ . D.  $\frac{(81.2018 - 2019.16)(2018 - 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}$ .

**Lời giải.**

Đặt  $f(z) = 2018(2z - i)^4 - 2019(z - 1)^4 = (2018.16 - 2019)(z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)$ , nhận thấy  $z_k^2 + 1 = (z_k + i)(z_k - i)$  với  $k = 1, 2, 3, 4$ . Do đó

$$P = \frac{f(i)f(-i)}{(2018.16 - 2019)^2} = \frac{(81.2018 - 2019.16)(2018 - 2019.16)}{(2018.16 - 2019)^2}.$$

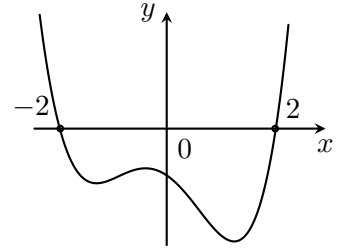
Chọn đáp án **(D)**

□

**Câu 44.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có  $f(-2) < 0$  và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .
- B. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  nghịch trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
- C. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  có hai cực đại và một cực tiểu.
- D. Hàm số  $y = |f(1 - x^{2018})|$  có hai cực tiểu.



**Lời giải.**

Từ đồ thị của  $f'(x)$  ta thấy  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$		$f(-2) \rightarrow f(2)$				$+\infty$
	$-\infty$					

Theo giả thiết  $f(-2) < 0$  và  $1 - x^{2018} \leq 1 \Rightarrow f(1 - x^{2018}) < 0$  với mọi  $x$ .

Đặt  $t = 1 - x^{2018}$ , ta có  $\begin{cases} f'_t(t) < 0 \text{ khi } t \in (-2; 1) \Leftrightarrow x \in (-\sqrt[2018]{3}; \sqrt[2018]{3}), \\ f'_t(t) > 0 \text{ khi } t \in (-\infty; -2) \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\sqrt[2018]{3}) \cup (\sqrt[2018]{3}; +\infty). \end{cases}$

Đặt  $g(x) = |f(1 - x^{2018})|$ , ta có  $g'(x) = \frac{-2018x^{2017}f'_t(t)f(t)}{2\sqrt{f^2(t)}}$ .

Do đó ta có bảng biến thiên của  $y = g(x)$  như sau

$x$	$-\infty$	$-\sqrt[2018]{3}$	$0$	$\sqrt[2018]{3}$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$							$+\infty$

Chọn đáp án **(C)**

□

**Câu 45.** Cho hai hàm số hàm số  $f(x) = \ln(x - 1009 + \sqrt{(x - 1009)^2 + 2018e})$ ;  
 $h(x) = \ln\left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4} + e}\right)$ . Giả sử  $S = f(1) + f(2) + \dots + f(2017)$  và  $T = h\left(\frac{1}{2018}\right) + h\left(\frac{2}{2018}\right) + h\left(\frac{3}{2018}\right) + \dots + h\left(\frac{2017}{2018}\right)$ . Khi đó  $\frac{S}{T}$  bằng  
 A.  $\ln 2018$ . B.  $1 + \ln 2017$ . C.  $2018$ . D.  $1 + \ln 2018$ .

**Lời giải.**

Ta có nhận xét:  $f(x) + f(2018 - x) = 1 + \ln 2018$ , suy ra  $S = 1008(1 + \ln 2018) + f(1009) = \frac{2017}{2}(1 + \ln 2018)$ .  
 Mặt khác  $h(x) + h(1 - x) = 1$ , suy ra  $T = 1008 + h\left(\frac{1009}{2018}\right) = \frac{2017}{2}$ . Do đó  $\frac{S}{T} = 1 + \ln 2018$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 46.** Có 16 phiếu ghi các số thứ tự từ 1 đến 16. Lấy lần lượt 8 phiếu không hoàn lại, gọi  $a_i$  là số ghi trên phiếu thứ  $i$  lấy được ( $1 \leq i \leq 8$ ). Tính xác suất  $P$  để 8 phiếu lấy được thỏa mãn  $a_1 < a_2 < \dots < a_8$  và không có bất kì hai phiếu nào có tổng các số bằng 17.

A.  $P = \frac{3^8}{C_{16}^8}$ . B.  $P = \frac{2^8}{A_{16}^8}$ . C.  $P = \frac{2^8}{C_{16}^8}$ . D.  $P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $|\Omega| = A_{16}^8$ . Do 8 phiếu lấy được thỏa mãn điều kiện  $a_1 < a_2 < \dots < a_8$ , nên ta có thể xem 8 phiếu lấy được như là một tập con của tập có 16 phần tử.

Gọi  $S = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$  và  $E \subset S$  thỏa mãn yêu cầu bài toán. Từ 1 đến 16 có 8 cặp số có tổng bằng 17 chia thành hai tập tương ứng là  $M = \{1, 2, \dots, 8\}$  và  $N = \{16, 15, \dots, 9\}$ . Nếu  $E$  có  $k$  phần tử thuộc  $M$  thì có  $C_8^k$  cách chọn và khi đó  $E$  sẽ có  $8 - k$  phần tử thuộc  $N$  nên có 1 cách chọn, với  $k \in \{0, 1, \dots, 8\}$ .  
 Vậy số tập hợp  $E$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $C_8^0 + C_8^1 + \dots + C_8^8 = 2^8$ . Vậy  $P = \frac{2^8}{A_{16}^8}$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 47.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(Q)$   $x + 2y - z - 5 = 0$  và đường thẳng  $d$ :  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa đường thẳng  $d$  và tạo với mặt phẳng  $(Q)$  một góc nhỏ nhất là

A.  $(P)$ :  $y - z + 4 = 0$ . B.  $(P)$ :  $x - 2y - 1 = 0$ .  
 C.  $(P)$ :  $x - 2z + 7 = 0$ . D.  $(P)$ :  $x - z + 4 = 0$ .

**Lời giải.**

Vì  $(P)$  chứa  $(d)$  nên phương trình của  $(P)$  có dạng  $(P)$ :  $a(x+1) + b(y+1) + c(z-3) = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 > 0$  và  $2a + b + c = 0$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $(P)$  và  $(Q)$ , ta có  $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| |\vec{n}_Q|} = \frac{|a + 2b - c|}{\sqrt{6}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|3(a+b)|}{\sqrt{6}\sqrt{5a^2 + 4ab + 2b^2}}$ . Nếu  $a = 0$  thì  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , suy ra  $\alpha = 30^\circ$ . Nếu  $a \neq 0$  thì  $\cos \alpha = \frac{|3(1+t)|}{\sqrt{6}\sqrt{5 + 4t + 2t^2}}$ , với  $t = \frac{b}{a}$ . Khi đó  $0 \leq \cos \alpha < \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Ta có  $\alpha$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $\cos \alpha$  lớn nhất. Do đó,  $\alpha = 30^\circ$  và  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Khi đó,  $a = 0$ , chọn  $b = 1, c = -1$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 48.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; -1)$ ,  $B(-1; 2; 0)$ ,  $C(3; -1; -2)$ . Giả sử  $M(a; b; c)$  thuộc mặt cầu  $(S)$ :  $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 861$  sao cho  $P = 2MA^2 - 7MB^2 + 4MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị  $|a| + |b| + |c|$  bằng

A. 47.

B. 49.

C. 51.

D. 55.

**Lời giải.**

Gọi  $K$  là điểm thỏa mãn  $2\overrightarrow{KA} - 7\overrightarrow{KB} + 4\overrightarrow{KC} = 0$ , suy ra  $K(-21; 16; 10)$ . Khi đó,  $P = -MK^2 + 2KA^2 - 7KB^2 + 4KC^2$ . Suy ra,  $P$  nhỏ nhất khi và chỉ khi  $MK$  lớn nhất. Do  $M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; 0; -1)$ , suy ra  $M$  là một trong hai giao điểm của đường thẳng  $KI$  với mặt cầu. Phương trình đường thẳng  $KI$ :  $\frac{x-1}{22} = \frac{y}{-16} = \frac{z+1}{-11}$ . Đường thẳng  $KI$  cắt mặt cầu tại hai điểm là  $K_1(23; -16; -12)$  và  $K_2(-21; 16; 10)$ . Vì  $KK_1 > KK_2$  nên  $MK$  lớn nhất khi và chỉ khi  $M \equiv K_1$ .

Chọn đáp án **(C)**

□

**Câu 49.** Giả sử  $f$  là hàm số liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  với  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ , thỏa mãn hai điều kiện

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 f(x)}{(x \sin x + \cos x)^2} dx = \frac{4 - \pi}{4 + \pi} \text{ và } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x f'(x)}{\cos x (x \sin x + \cos x)} dx = 0. \text{ Tính } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x)}{\cos^2 x} dx.$$

A.  $I = 1$ .B.  $I = \frac{\pi}{4 - \pi}$ .C.  $I = \frac{\pi}{4 + \pi}$ .D.  $I = \frac{4}{4 + \pi}$ .**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{4 - \pi}{4 + \pi} &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^2 f(x)}{(x \sin x + \cos x)^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x f(x)}{\cos x} \cdot \frac{x \cos x}{(x \sin x + \cos x)^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x f(x)}{\cos x} d\left(\frac{-1}{x \sin x + \cos x}\right) \\ &= \frac{-x f(x)}{\cos x} \cdot \frac{1}{x \sin x + \cos x} \Big|_{x=0}^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x)}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x f'(x)}{\cos x (x \sin x + \cos x)} dx = \frac{-2\pi}{4 + \pi} + I \Rightarrow I = \frac{4 - \pi}{4 + \pi} + \frac{2\pi}{4 + \pi} = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

**Câu 50.** Cho  $n$  là số nguyên dương và  $n$  tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$ , trong đó các điểm  $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$  lần lượt nằm trên các cạnh  $B_iC_i, A_iC_i, A_iB_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n - 1$ ) sao cho  $A_{i+1}C_i = 3A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i = 3B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i = 3C_{i+1}A_i$ . Gọi  $S$  là tổng tất cả diện tích của  $n$  tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$ , biết rằng tam giác  $A_1B_1C_1$  có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Tìm số nguyên dương  $n$  sao cho  $S = \frac{16^{29} - 7^{29}}{16^{29}}$ .

A.  $n = 30$ .B.  $n = 29$ .C.  $n = 28$ .D.  $n = 2018$ .**Lời giải.**

Gọi  $S_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) là diện tích của  $\triangle A_iB_iC_i$ .

$$\text{Ta có } \frac{S_{A_1B_2C_2}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{A_1B_2}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1C_2}{A_1C_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}.$$

$$\text{Tương tự ta có } \frac{S_{A_2B_1C_2}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{S_{A_2B_2C_1}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{3}{16}.$$

$$\text{Do đó } \frac{S_{A_2B_2C_2}}{S_{A_1B_1C_1}} = 1 - 3 \cdot \frac{3}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow S_2 = \frac{7}{16} S_1.$$

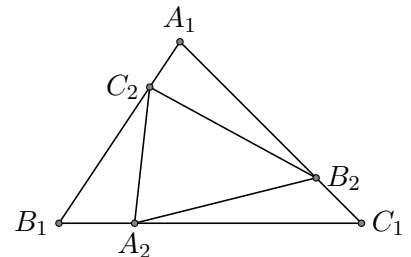
Tương tự ta có  $S_{i+1} = \frac{7}{16} S_i$  với mọi  $i = 1, 2, \dots, n$ . Khi đó

$$S = S_1 \left[ 1 + \frac{7}{16} + \dots + \left( \frac{7}{16} \right)^{n-1} \right] = \frac{9}{16} \cdot \frac{1 - \left( \frac{7}{16} \right)^n}{1 - \frac{7}{16}} = 1 - \left( \frac{7}{16} \right)^n.$$

Theo giả thiết ta có  $1 - \left( \frac{7}{16} \right)^n = 1 - \left( \frac{7}{16} \right)^{29} \Leftrightarrow n = 29$ .

Chọn đáp án **(B)**

□



**ĐÁP ÁN**

<b>1 C</b>	<b>6 A</b>	<b>11 B</b>	<b>16 C</b>	<b>21 D</b>	<b>26 B</b>	<b>31 B</b>	<b>36 A</b>	<b>41 A</b>	<b>46 B</b>
<b>2 D</b>	<b>7 A</b>	<b>12 D</b>	<b>17 A</b>	<b>22 A</b>	<b>27 A</b>	<b>32 C</b>	<b>37 A</b>	<b>42 A</b>	<b>47 A</b>
<b>3 B</b>	<b>8 D</b>	<b>13 B</b>	<b>18 B</b>	<b>23 B</b>	<b>28 C</b>	<b>33 B</b>	<b>38 D</b>	<b>43 D</b>	<b>48 C</b>
<b>4 B</b>	<b>9 D</b>	<b>14 D</b>	<b>19 A</b>	<b>24 D</b>	<b>29 D</b>	<b>34 D</b>	<b>39 C</b>	<b>44 C</b>	<b>49 A</b>
<b>5 B</b>	<b>10 C</b>	<b>15 D</b>	<b>20 C</b>	<b>25 C</b>	<b>30 B</b>	<b>35 B</b>	<b>40 B</b>	<b>45 D</b>	<b>50 B</b>